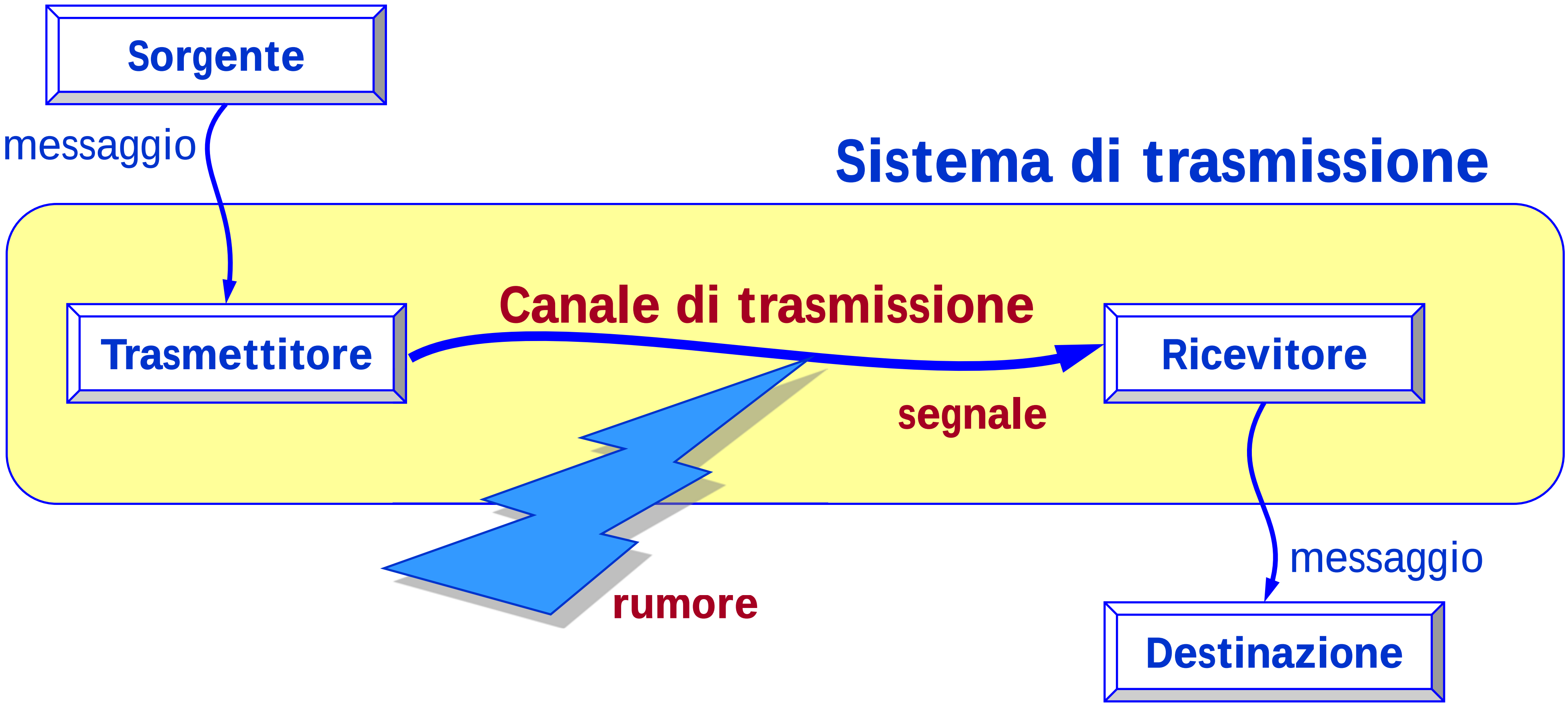
La trasmissione dell'informazione

Sistema di comunicazione



Caratterizzazione della sorgente

- **Un messaggio è costituito da una successione di lunghezza finita di simboli scelti in un alfabeto ("alfabeto della sorgente" $X = \{x_1, \dots, x_n\}$);**
- **Un simbolo x_i porta una quantità di informazione $I(x_i)$**
  - **Definibile formalmente in modo quantitativo ma in questa sede approccio qualitativo**
- **I simboli x_i possono essere associati alla probabilità di emissione $p_S(x_i)$ da parte della sorgente (probabilità di sorgente):**
  - la probabilità non è uguale per tutti i simboli;
  - la somma delle probabilità di tutti i simboli è pari a 1
- **Per completare la caratterizzazione della sorgente serve anche la velocità V(X) con cui una sorgente emette i simboli, misurata in simboli al secondo.**
- **In alcuni casi è necessario definire il flusso di informazione della sorgente;**
  - si misura in bit/s (bps, bit per secondo).

Caratterizzazione del canale

- **I simboli emessi dalla sorgente passano attraverso un canale di trasmissione**
  - Per la presenza di rumore, può accadere che nel passaggio attraverso il canale il simbolo in ingresso venga trasformato in un altro simbolo.
  - Per caratterizzare il comportamento del canale si deve indicare per ogni simbolo x_i in ingresso al canale il simbolo y_j che si ottiene in uscita.
- **E' possibile definire:**
  - la *capacità teorica di trasmissione di canale*, condizionata da vincoli fisici
  - la *capacità di canale* che rappresenta la massima quantità di informazione che può transitare lungo un canale per unità di tempo (in bps) tenendo conto rispetto alla precedente anche degli errori di trasmissione (che limitano la capacità ulteriormente)

Probabilità di ricezione

- **Caratterizza la rumorosità di un canale**
  - dato un alfabeto $X = \{x_1, ..., x_n\}$
  - date le probabilità di sorgente $\mathbf{p_S(x_i)}$
  - date le probabilità $p(y_i|x_i)$ con cui si osserva y_i quando è stato trasmesso x_i
  - si può ricavare la *probabilità di ricezione* di un simbolo $\mathbf{p_R(y_i) = \Sigma_{i=1..N}\, p_S(x_i)}\, p(y_i|x_i)$
- Importanti anche le probabilità inverse
  - **osservato** y_i**, si cerca di capire quale fosse** x_i
  - $\mathbf{(p_S(x_i)}\, p(y_i|x_i) = \mathbf{p_R(x_i)}\, p(x_i|y_i)\mathbf{)}$

Quantità di informazione

- **Esempio**
  - alfabeto **X = {A, C, G, T}**;
  - probabilità di sorgente **p_S(A) = 0.5**, **p_S(C) = 0.25**, **p_S(G) = 0.125**, **p_S(T) = 0.125**;
  - probabilità $p(C|C) = p(G|G) = p(T|T) = 1$ (nessun errore), $p(A|A) = 0.75$, $p(C|A) = 0.25$;
  - si ricavano la probabilità di ricezione **p_R(A) = p_R(C) = p_R(G) = 0.375, p_R(T) = 0.125**

Codifica e ridondanza

- **Confronto tra flusso della sorgente F(X) e capacità del canale K(C)**
  - se la sorgente emette informazione a una velocità superiore alla capacità del canale, K(C)<F(X) gli effetti del rumore non sono eliminabili
  - se invece K(C)>F(X), il rumore presente sul canale può essere "gestito"

- **Si può usare un messaggio ridondante sfruttando la capacità di canale residua**
  - contiene simboli che in assenza di disturbi non sarebbero necessari al suo corretto riconoscimento (adattamento al canale).
  - i simboli aggiuntivi riducono l'incertezza

Esempio

- **Introduzione della ridondanza**
  - p(C|C) = p(G|G) = p(T|T) = 1, p(A|A) = 0.75 (3/4), p(C|A) = 0.25 (1/4);
  - Il 25% dei simboli A viene frainteso come C
  - Supponendo che la capacità di canale lo permetta, si possono duplicare i simboli in trasmissione (C -> CC, A -> AA, G-> GG, T -> TT)
  - Per A si avrebbe p(AA|A)=9/16, p(AC|A) = p(CA|C) = 3/16, p (CC|A) = 1/16 ma AC e CA sono chiaramente A mal interpretati, e quindi l'errore scende da 1/4 a 1/16
  - Prezzo da pagare: lunghezza doppia del messaggio e quindi tempo doppio di trasmissione

Altri esempi

- **Bit di parità**
  - a una sequenza di bit si aggiunge un ulteriore bit in trasmissione per ottenere un numero pari (o dispari) di bit posti a 1
  - su simboli di n bit ridondanza introdotta di (n+1)/n (più bassa del caso precedente)
  - poca ridondanza: permette di rilevare un errore ma non di correggerlo
- **Linguaggi naturali**
  - I linguaggi naturali sono naturalmente ridondanti a livello sintattico e a livello semantico
  - è generalmente facile comprendere correttamente una parola scritta con grafia errata
  - Il significato della parola nel contesto è ulteriormente utile a correggere il messaggio a livello semantico

I segnali

I segnali

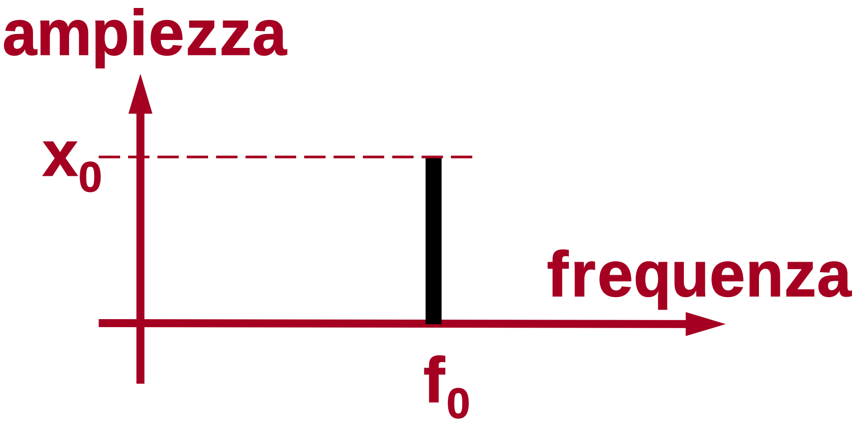
- **Un segnale è l'insieme dei valori che una grandezza assume nel tempo e che costituiscono il supporto per la trasmissione di informazione.**

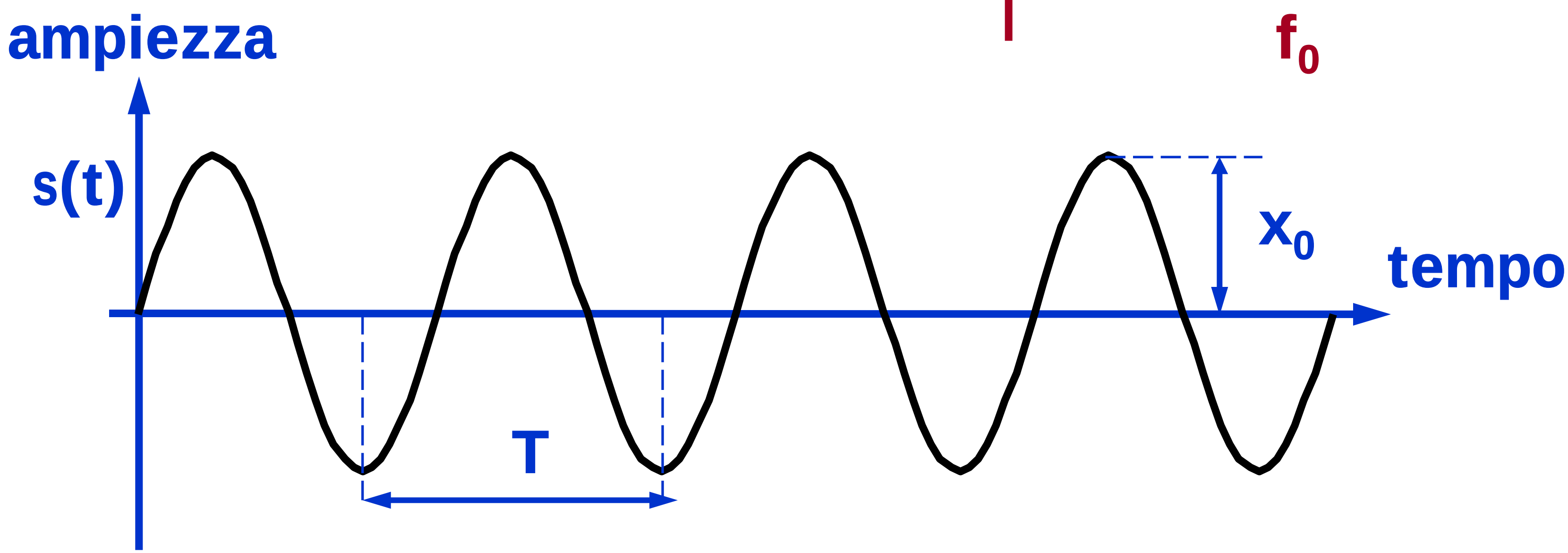
- **Un segnale è una funzione** s **che in ogni istante t assume un valore $s(t)$ scelto in un opportuno insieme S.**
  Il valore $s(t)$ viene detto ampiezza del segnale al tempo t.

- **Un esempio significativo:** $s(t) = x_0 \sin(2\pi f_0 + \Phi_0)$
  - x_0 è l'ampiezza massima del segnale;
  - f_0 rappresenta la frequenza del segnale, misurata in hertz (Hz);
  - Φ_0 rappresenta la fase del segnale.

Dominio del tempo vs dominio delle frequenze

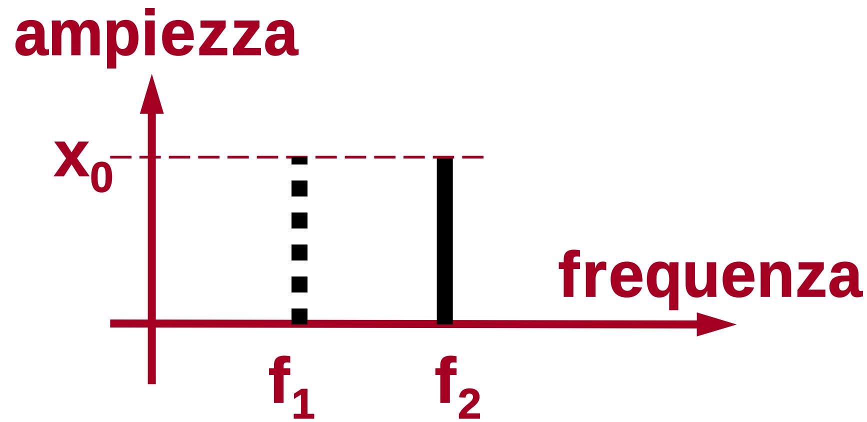
$$s(t) = x_0 \sin(2\pi f_0 + \Phi_0)$$

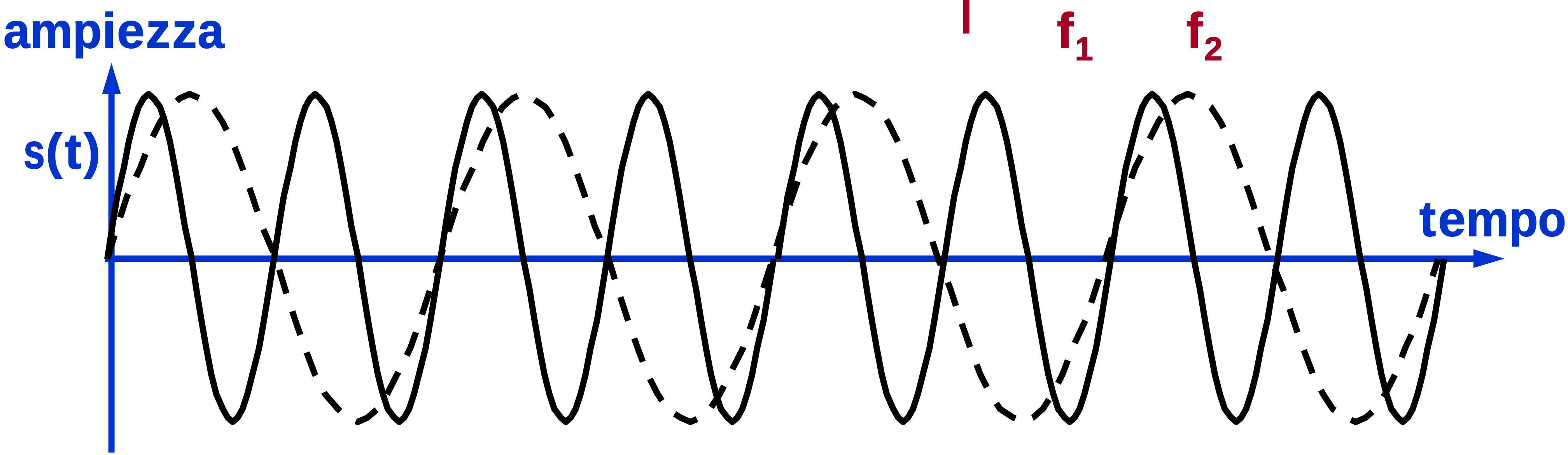




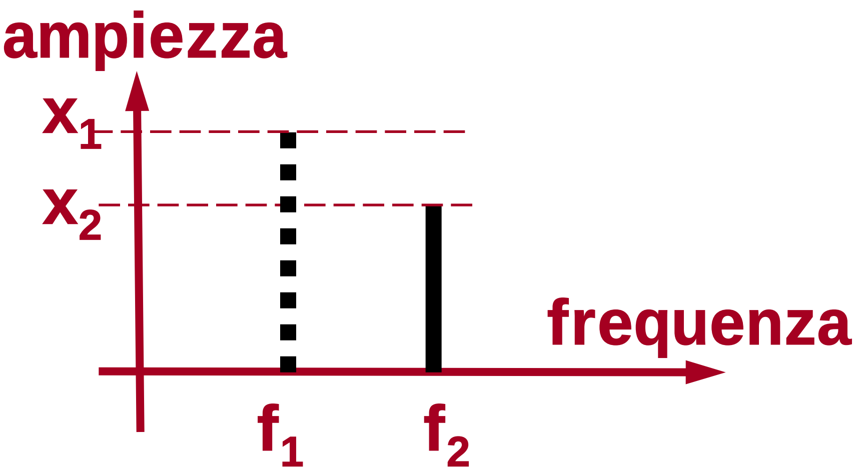
Dominio del tempo vs dominio delle frequenze

$$s_1(t) = x_0 \sin(2\pi f_1 + \Phi_0)$$
$$s_2(t) = x_0 \sin(2\pi f_2 + \Phi_0)$$

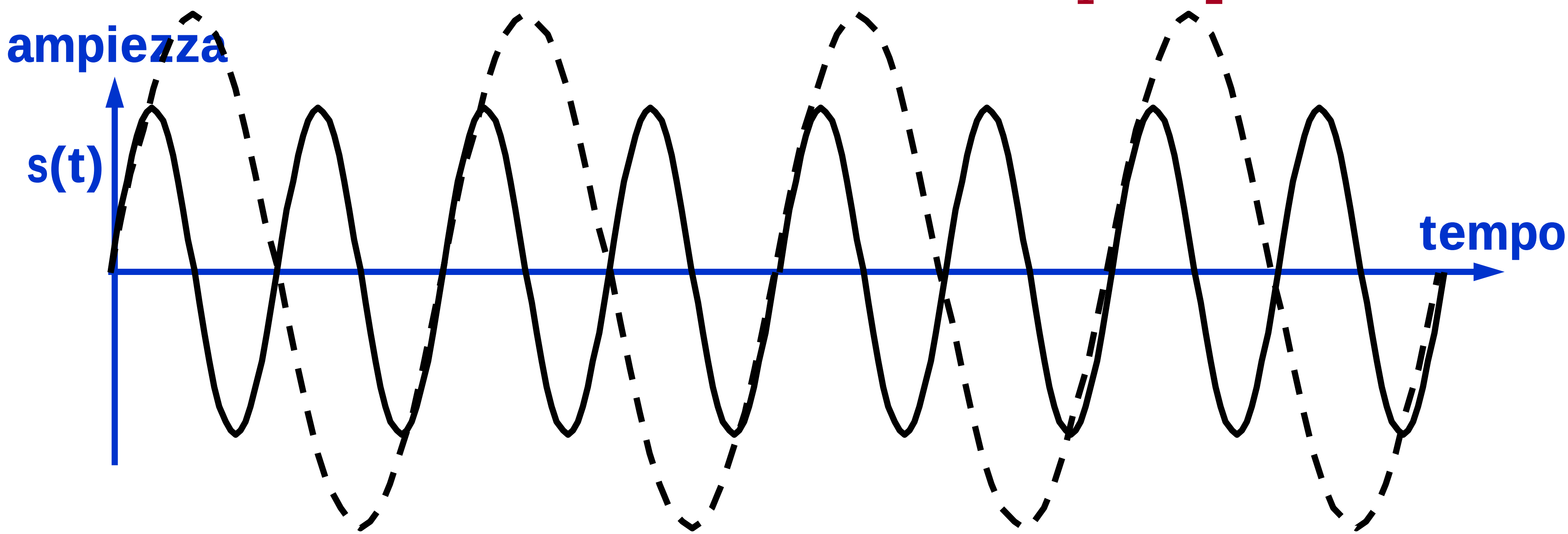




Dominio del tempo vs dominio delle frequenze



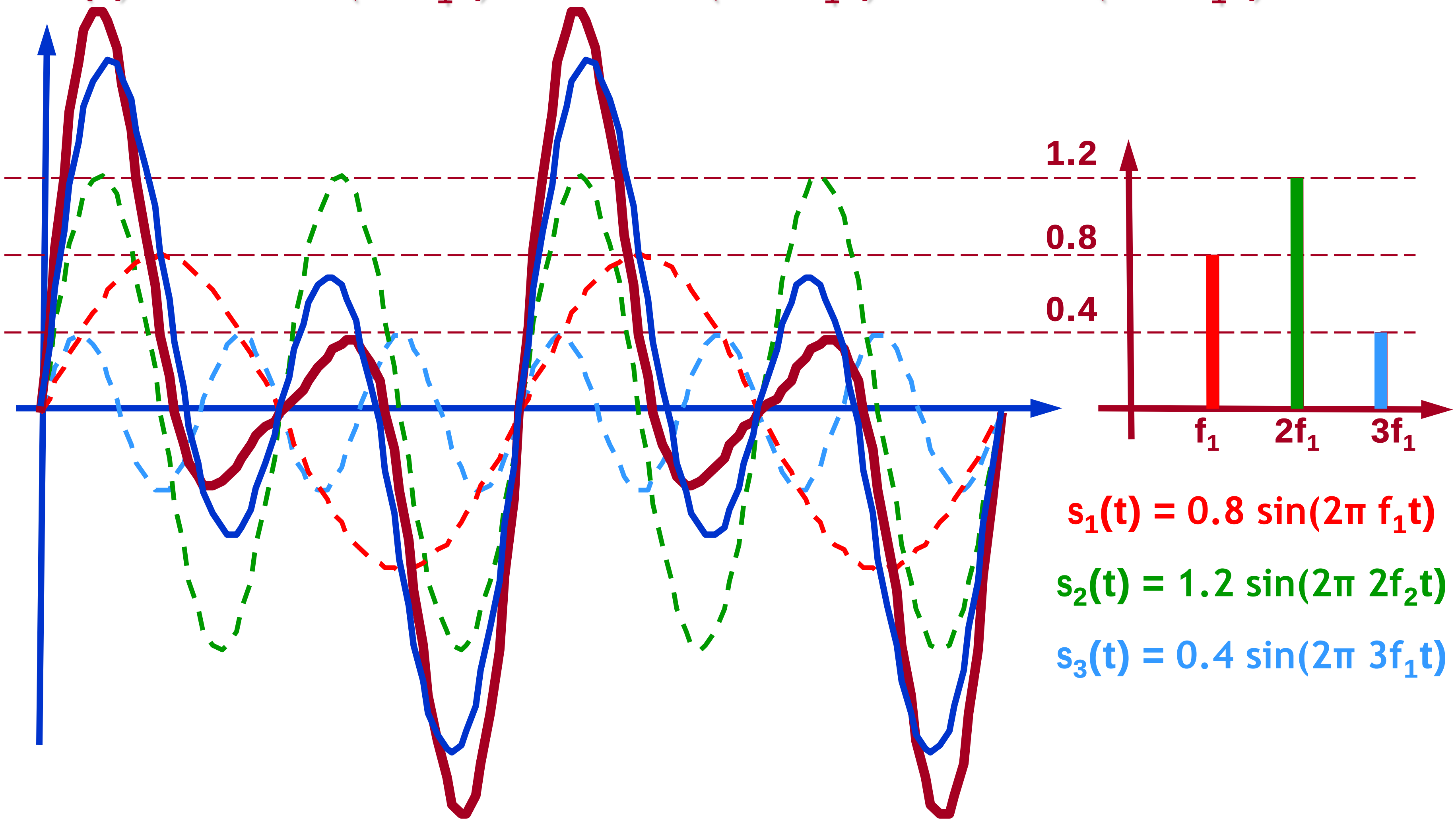
$$s_1(t) = x_1 \sin(2\pi f_1 + \Phi_0)$$
$$s_2(t) = x_2 \sin(2\pi f_2 + \Phi_0)$$



Scomposizione di Fourier

Una funzione periodica è la somma di funzioni sinusoidali $s_n(t)$, caratterizzate da ampiezza x_n e frequenza f_n, con $f_n = n/T = n\, f_1$.

e.g. $s(t) = 0.8 \sin(2\pi f_1 t) + 1.2 \sin(2\pi 2 f_1 t) + 0.4 \sin(2\pi 3 f_1 t)$



$s_1(t) = 0.8 \sin(2\pi\, f_1 t)$

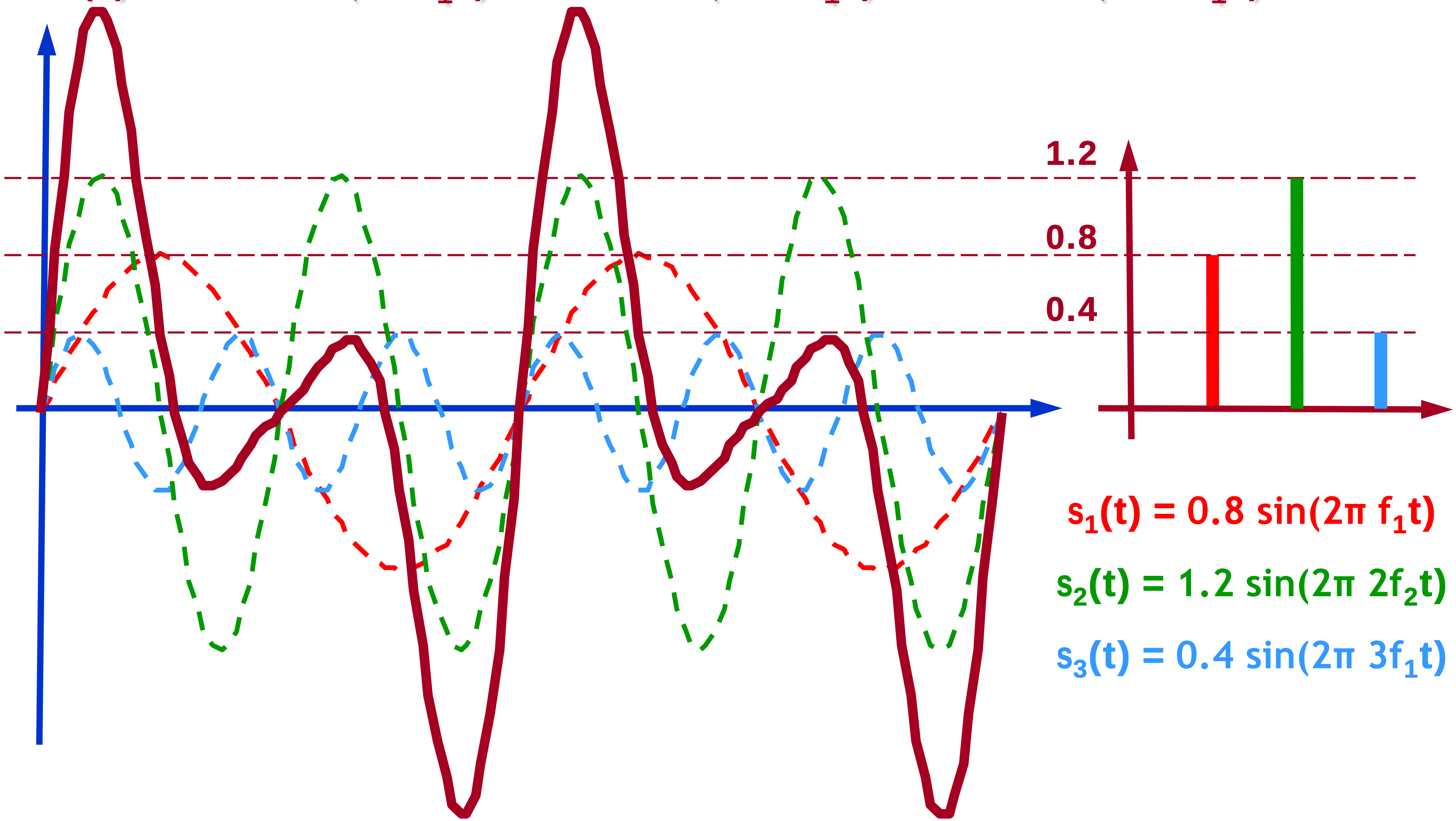
$s_2(t) = 1.2 \sin(2\pi\, 2f_2 t)$

$s_3(t) = 0.4 \sin(2\pi\, 3f_1 t)$

Scomposizione di Fourier

Una funzione periodica è la somma di funzioni sinusoidali $s_n(t)$, caratterizzate da ampiezza x_n e frequenza f_n, con $f_n = n/T = n\, f_1$.

e.g. $s(t) = 0.8 \sin(2\pi f_1 t) + 1.2 \sin(2\pi 2 f_1 t) + 0.4 \sin(2\pi 3 f_1 t)$



$s_1(t) = 0.8 \sin(2\pi\, f_1 t)$

$s_2(t) = 1.2 \sin(2\pi\, 2f_2 t)$

$s_3(t) = 0.4 \sin(2\pi\, 3f_1 t)$

Potenza del segnale

- **Si definisce potenza del segnale al tempo t il valore $P(t) = s^2(t)$.**

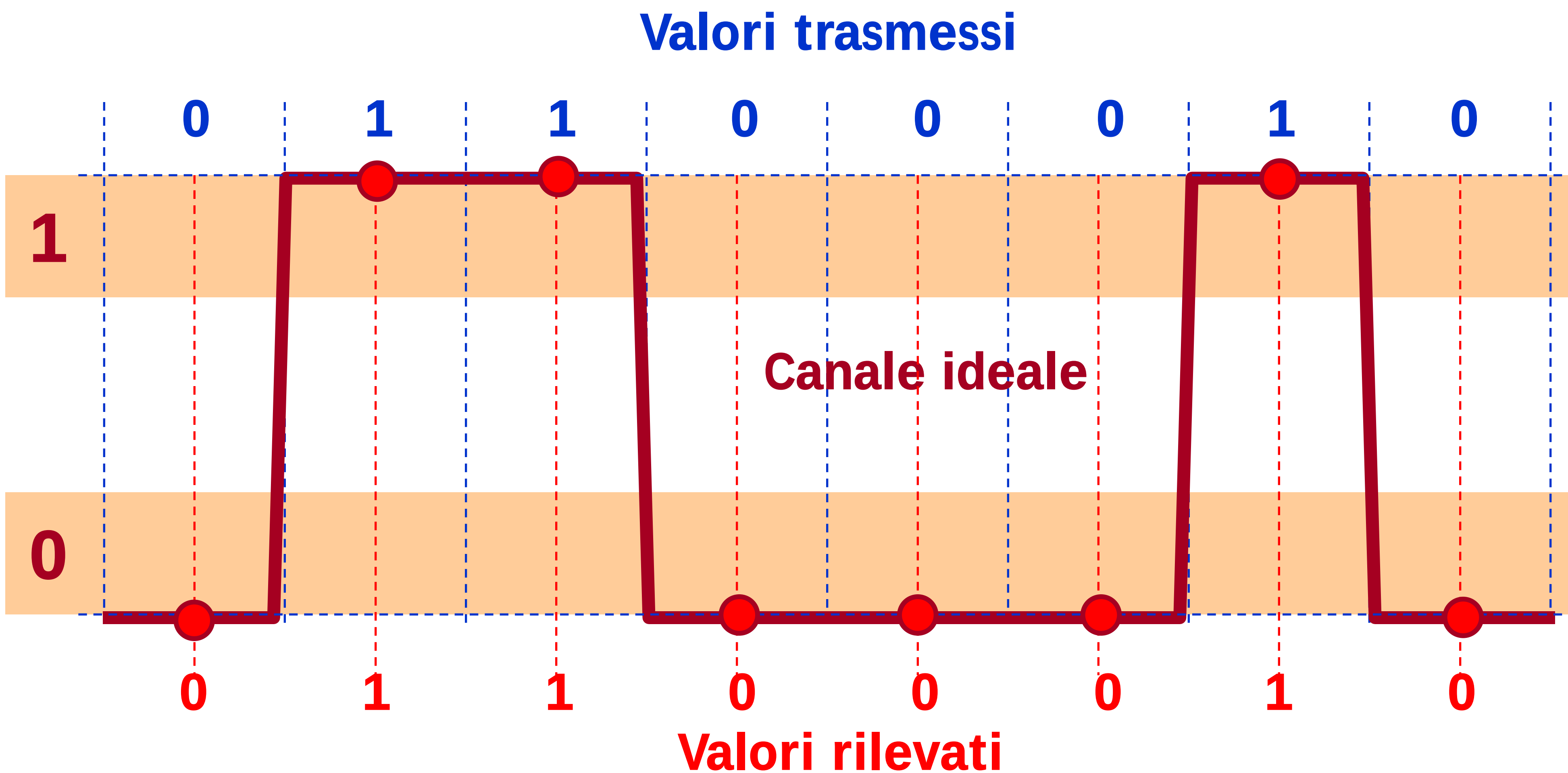
- **Il rapporto segnale/rumore (S/N) esprime quanto il segnale (che porta informazione) è più intenso del rumore (segnale indesiderato).**

- **Invece dei rapporti P1/P2 di potenze si usano valori espressi nella forma $10 \log_{10} P1/P2$, [decibel dB]:**
  - valori negativi si riferiscono alla situazione in cui $S < N$
  - 0 dB indica che la potenza del rumore è uguale a quella del segnale
  - 20 dB indica che il segnale è 100 volte più potente del rumore.

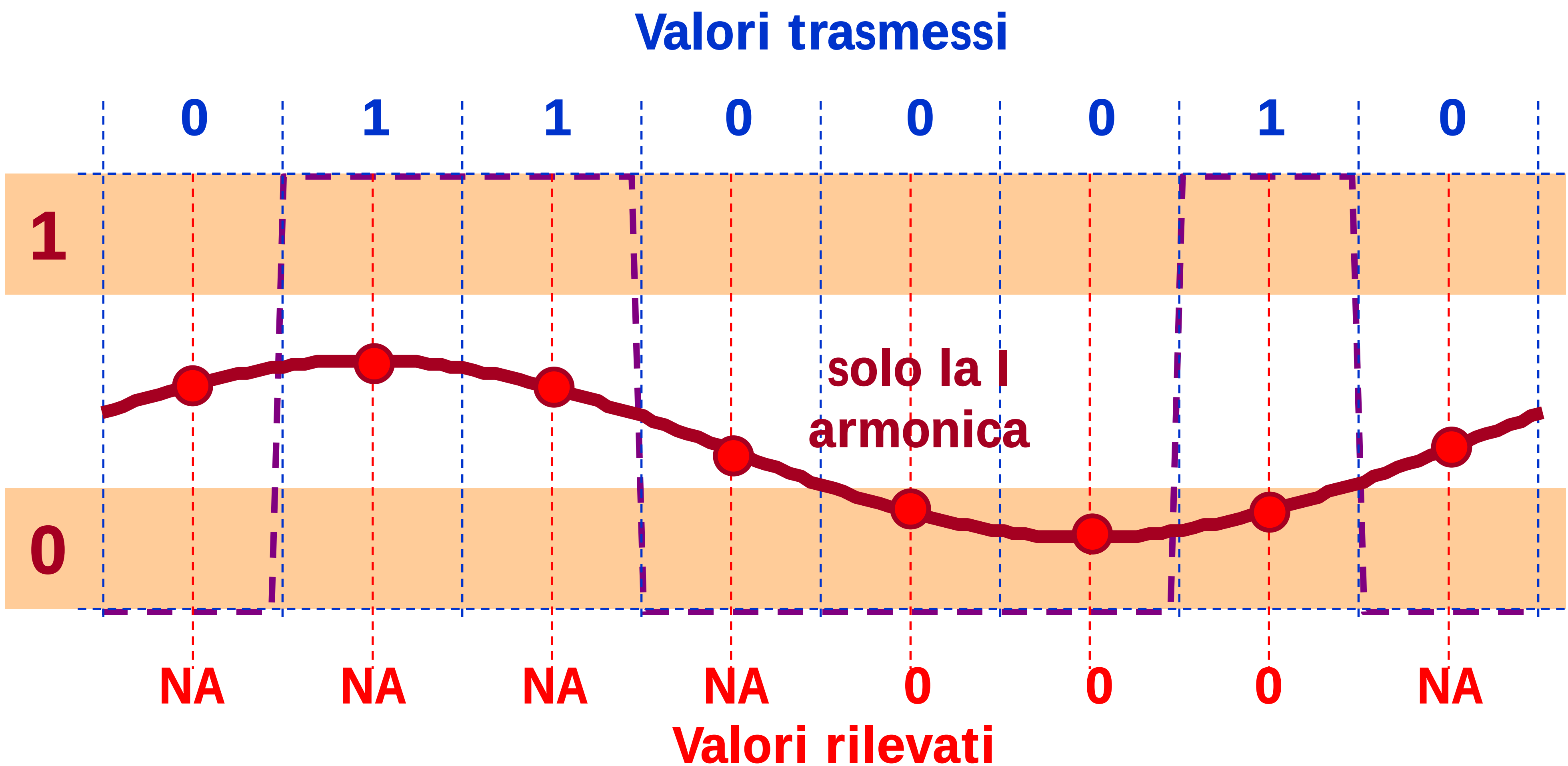
Larghezza di banda

- **Il segnale, transitando attraverso il canale, perde potenza, ma non tutte le componenti armoniche del segnale subiscono la stessa attenuazione.**
- **Il canale trasmette le frequenze del segnale in modo selettivo:**
  - le componenti armoniche di frequenza comprese tra f_{min} e f_{max} vengono trasmesse senza un'apprezzabile riduzione di potenza,
  - le altre subiscono un'attenuazione così sensibile da risultare praticamente eliminate dal segnale.
- **Il segnale in uscita dal canale ha una forma differente da quella del segnale inviato dalla sorgente, viene distorto.**
- **$B = f_{max} - f_{min}$, misurato in Hz, è la larghezza di banda e rappresenta una caratteristica fondamentale di un canale di trasmissione.**

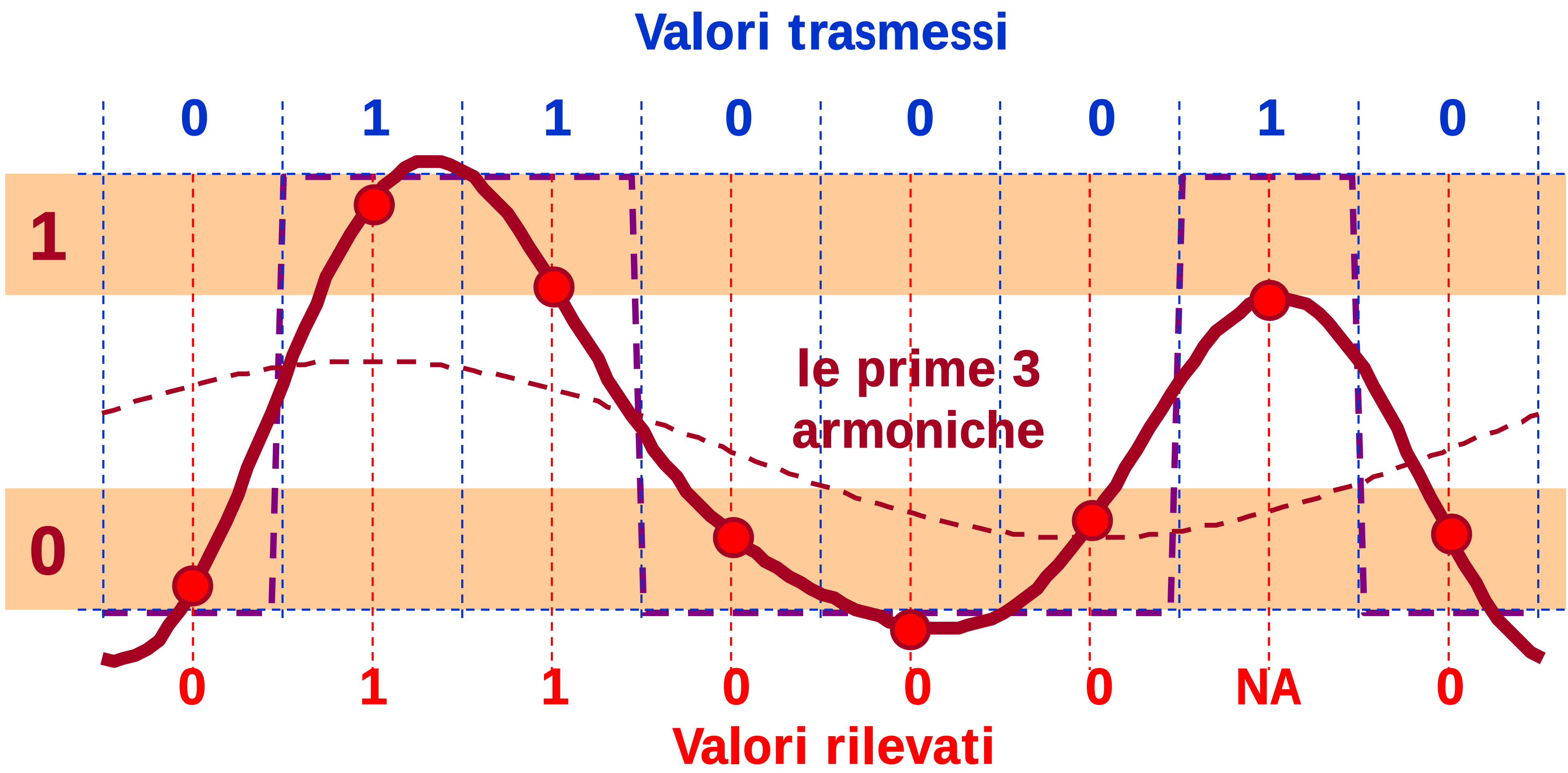
Trasmissione di valori binari



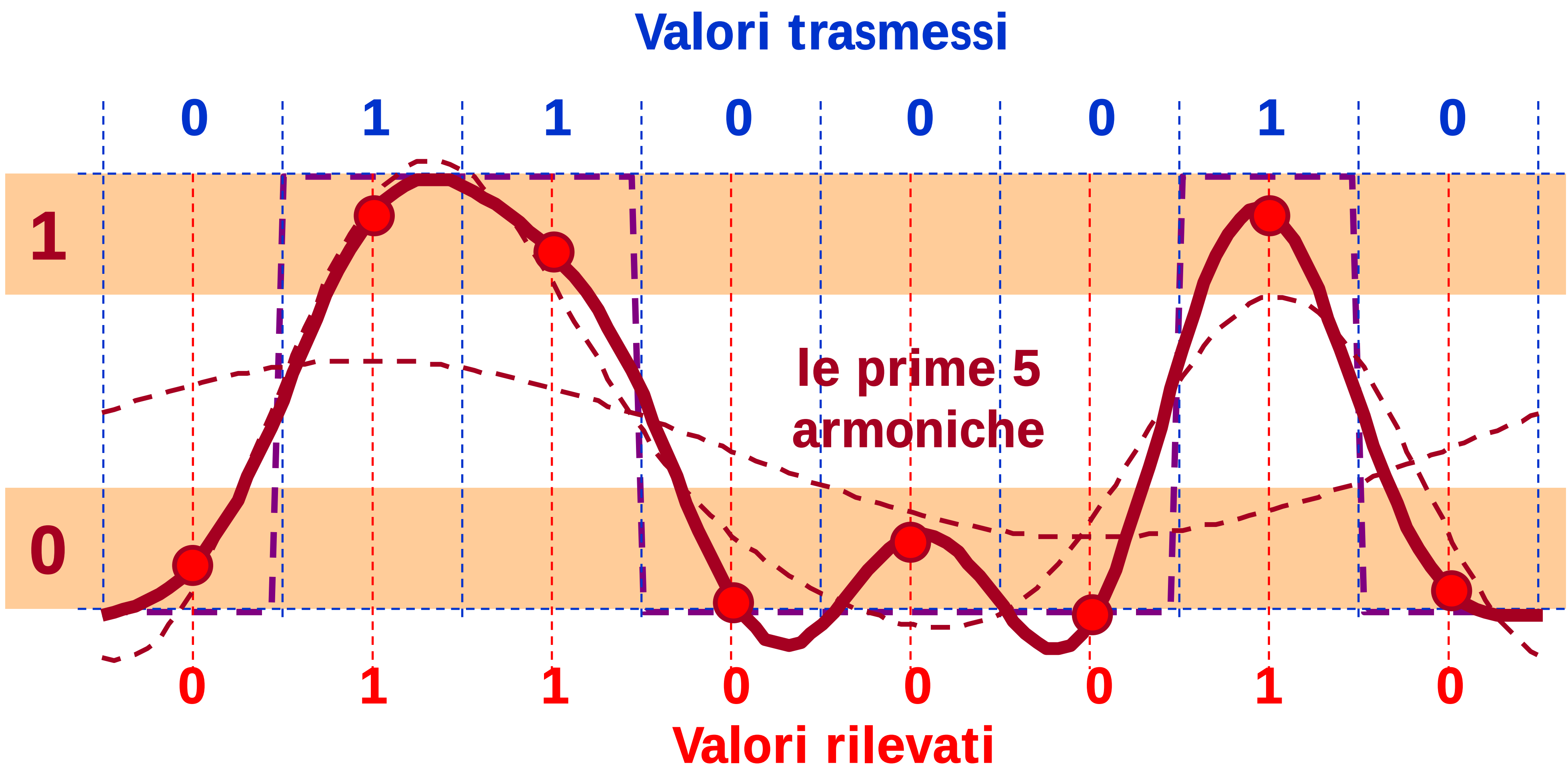
Trasmissione di valori binari



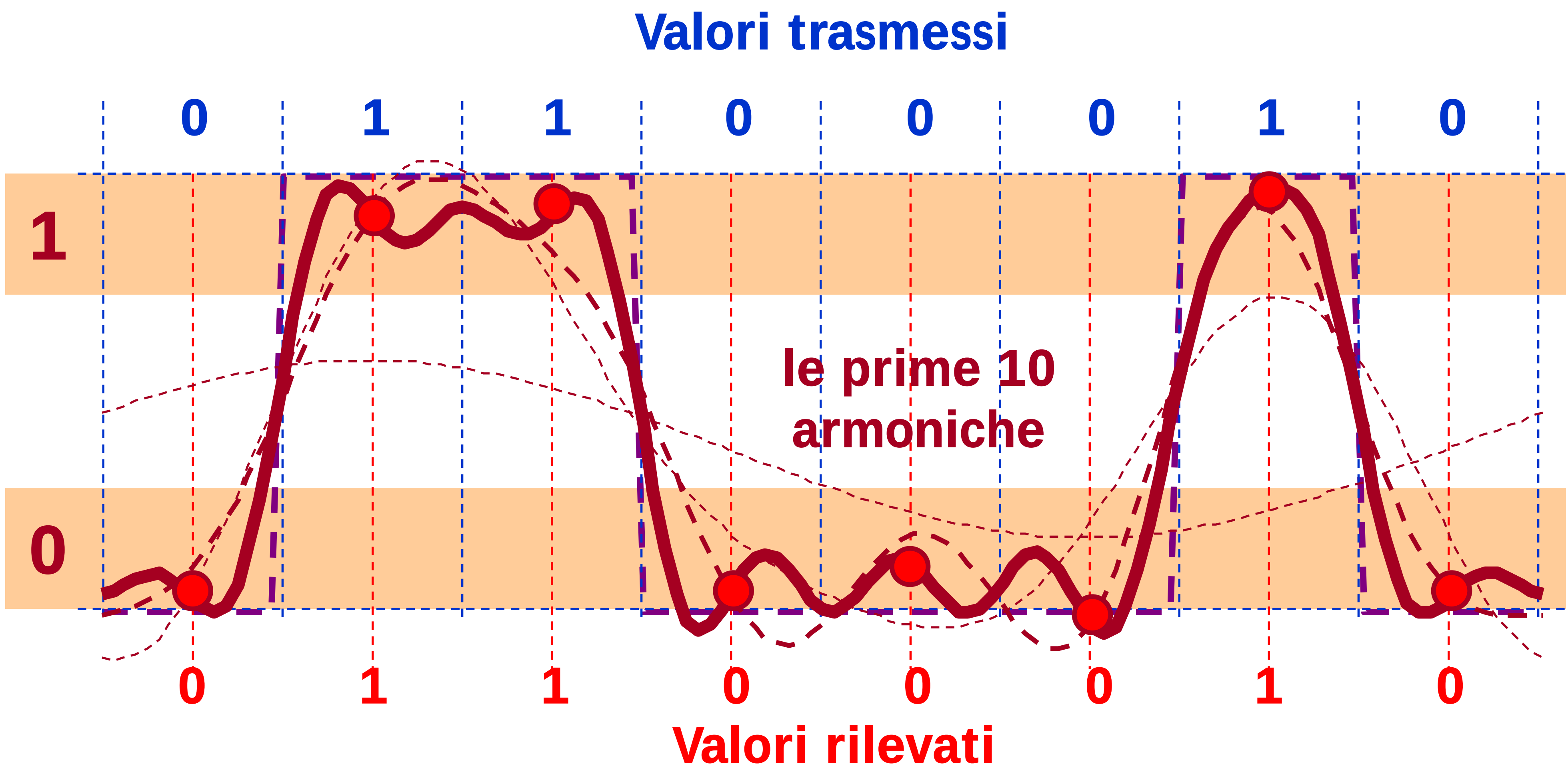
Trasmissione di valori binari



Trasmissione di valori binari



Trasmissione di valori binari



Larghezza di banda e capacità di canale

- In assenza di rumore un canale con una larghezza di banda pari a B Hz può trasportare al più 2B simboli al secondo [Nyquist 1924].
- In condizioni di equiprobabilità ogni simbolo porta $\log_2(n)$ bit di informazione, quindi la quantità di informazione trasferibile nell'unità di tempo è $K(C) = 2\ B \log_2(n)$.
- Un segnale con una frequenza massima B Hz è perfettamente ricostruibile a partire da 2B suoi campioni acquisiti per unità di tempo.
- Nel caso generale (canali affetti da disturbo con rapporto segnale/rumore S/N) si ottiene $K(C) = B \log_2(1+S/N)$ indipendentemente dal numero di simboli [Shannon 1948].

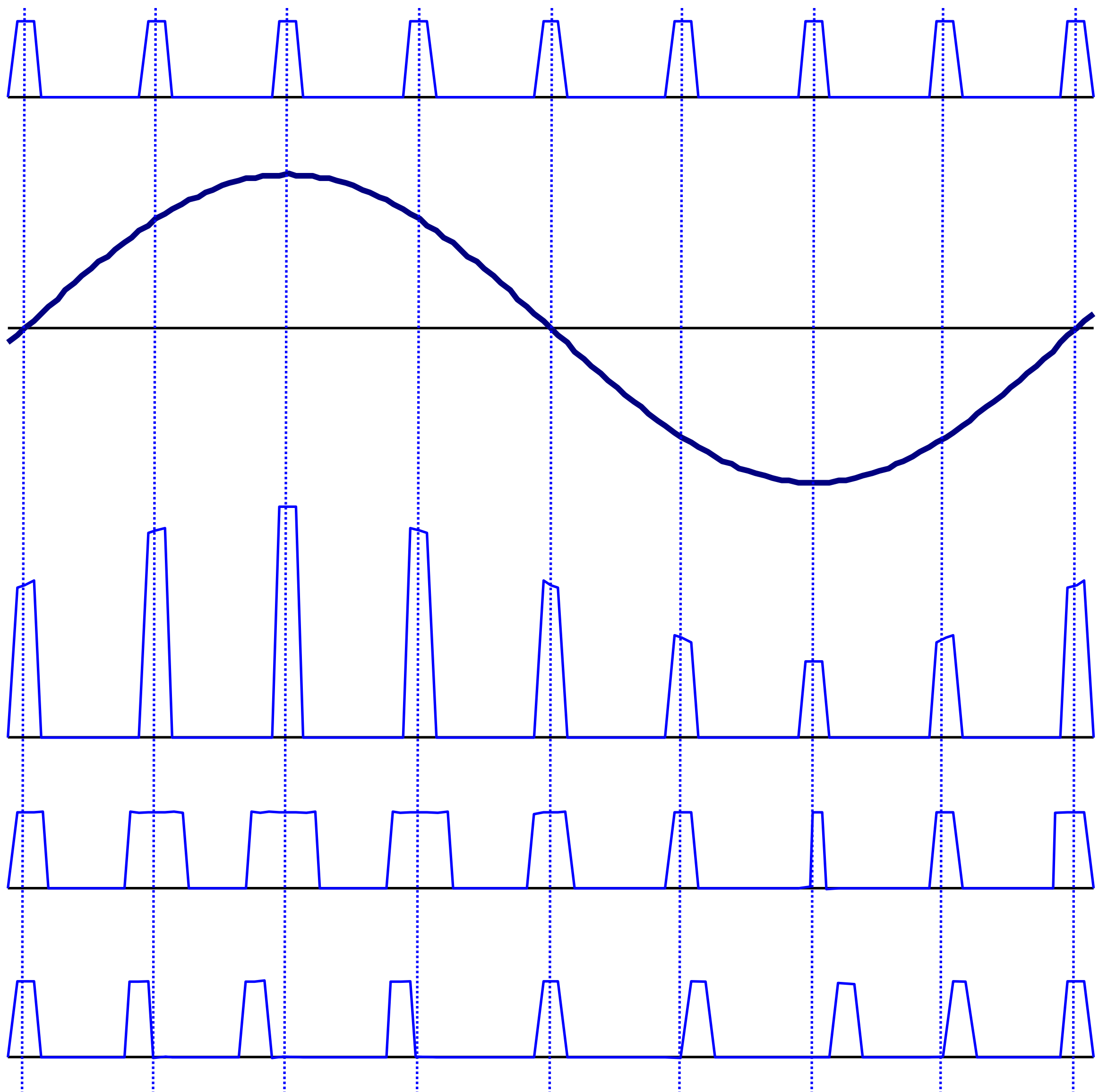
La trasmissione dei segnali

Segnale \ Canale	Analogico	Digitale
Analogico	Modulazione (e.g. AM, FM, PM)	Digitalizzazione (campionamento e quantizzazione)
Digitale	Modulazione (e.g. Modem)	Codifica

Trasmissione su canali analogici

- **Adattare i segnali alle caratteristiche del canale**
  - scegliere un'onda sinusoidale ad alta frequenza, **portante**, e modificarne opportunamente i parametri in accordo con l'informazione da trasmettere;
  - **modulazione in ampiezza**: variare l'ampiezza della portante con il segnale in bassa frequenza, **modulante**, che si vuole trasmettere;
  - **modulazione in frequenza**: portante e modulante vengono combinate in modo tale che il segnale modulato risultante abbia una frequenza variabile;
  - **modulazione di fase**: portante e modulante vengono combinate in modo tale che il segnale modulato risultante abbia una fase variabile.
- **Trasmissione di un segnale digitale**
  - **POTS, Plain Old Telephone System**, progettato la voce umana, caratterizzata da uno spettro compreso tra i 400 Hz e i 3400 Hz;
  - i segnali digitali vengono modulati con una portante compresa nella banda;
  - **modem** (modulatore/demodulatore).

Segnali analogici su canali digitali



Segnale di sincronizzazione del campionamento (Clock)

Segnale analogico

Pulse Amplitude Modulation

Pulse Duration Modulation

Pulse Position Modulation